зазором и второго тоннеля.

Расчет проводится на основе двумерных квадратичных 8-узловых конечных элементов сплошной среды Серендипова семейства, узловыми неизвестными которого являются проекции вектора перемещений на координатные оси рабочей плоскости. Построение сетки осуществляется автоматически методами программного комплекса, причем в некоторых случаях для сохранения приемлемой для расчета формы конечных элементов вместо четырехугольных элементов используются треугольные, получение из четырехугольных путем вырождения одной из сторон.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зарецкий Ю. К. *Лекции по современной механике грунтов.* – Ростов-на-Дону: Изд-во Ростовск. ун-та, 1989. – 607 с.

П. В. Бибиков

Институт проблем управления РАН, г. Москва,

tsdtp4u@proc.ru

ПРОЕКТИВНАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ПРОЕКТИВНЫХ КРИВЫХ

Рассмотрим комплексную проективную плоскость $\mathbb{C}P^2$ с однородными координатами $(x : y : z)$, на которой действует группа $\mathrm{GL}_3(\mathbb{C})$. Основной целью данной работы является классификация неприводимых алгебраических проективных кривых относительно такого действия.

Каждой неприводимой алгебраической проективной кривой степени n можно сопоставить единственную (с точностью до постоянного множителя) *тернарную форму* степени n, т. е.

однородный многочлен степени n от однородных координат (x, y, z). Группа $\mathrm{GL}_3(\mathbb{C})$ действует на этих тернарных формах линейными заменами координат и гомотетиями.

Очевидно, что две неприводимые алгебраические проективные кривые степени n проективно эквивалентны тогда и только тогда, когда соответствующие им тернарные формы эквивалентны относительно действия группы $\mathrm{GL}_3(\mathbb{C})$.

Для решения задачи классификации тернарных форм мы используем идеи и методы, приведенные в [1]. А именно, рассмотрим дифференциальное уравнение Эйлера $xf_x + yf_y + zf_z = nf$. Очевидно, что все тернарные формы степени n являются решениями этого уравнения. Таким образом, можно рассматривать действие группы $\mathrm{GL}_3(\mathbb{C})$ на пространстве решений дифференциального уравнения Эйлера.

Пусть $\mathbb{C}^3$ — пространство с координатами (x, y, z). Рассмотрим пространство k-джетов функций $J^k\mathbb{C}^3$ с каноническими координатами $(x, y, z, u, u_{100}, u_{010}, u_{001}, \ldots)$ (необходимые определения см. в [2]).

Дифференциальному уравнению Эйлера соответствует алгебраическое многообразие $\mathcal{E} \subset J^1\mathbb{C}^3$, задаваемое уравнением $xu_{100} + yu_{010} + zu_{001} = nu$. Через $\mathcal{E}^{(k-1)}$ обозначим $(k-1)$-е продолжение этого уравнения в пространстве k-джетов $J^k\mathbb{C}^3$.

Группа $\mathrm{GL}_3(\mathbb{C})$ действует на пространстве $\mathbb{C}^3$ линейными заменами координат. Это действие канонически поднимается до действия на всех продолжениях $\mathcal{E}^{(k-1)}$ уравнения Эйлера $\mathcal{E}$.

Теорема 1. *Алгебра дифференциальных инвариантов действия группы* $\mathrm{GL}_3(\mathbb{C})$ *на многообразии* $\mathcal{E}^{(\infty)}$ *порождается дифференциальными инвариантами* H, I, J, K, L *порядка 3 и инвариантными дифференцированиями* ∇ *и* δ.

Теперь мы получим классификацию $\mathrm{GL}_3(\mathbb{C})$-орбит тернарных форм и, как следствие, проективную классификацию алгебраических проективных кривых.

Для этого рассмотрим дифференциальные инварианты H, I, J, K, L, ∇I, ∇J, ∇K, ∇L, δL. Из теоремы 1 следует, что эти инварианты разделяют неособые $\mathrm{GL}_3(\mathbb{C})$-орбиты 4-джетов. Их ограничения на график $L_f^4 \subset \mathcal{E}^{(3)}$ тернарной формы f являются однородными рациональными функциями от переменных x, y, z и определяют рациональное отображение

$$\rho_f\colon \mathbb{C}^3 \to \mathbb{C}^{10}, \qquad \rho_f(a) = (H([f]_a^4), I([f]_a^4), \ldots, \delta L([f]_a^4)).$$

Значит, между этими ограничениями существуют алгебраические зависимости. Обозначим множество этих зависимостей через $\mathcal{D}_f$ и образ отображения ρ_f через Σ_f.

Теорема 2. *1. Тернарные формы f и $\widetilde{f}$ являются проективно эквивалентными, если и только если $\Sigma_f = \Sigma_{\widetilde{f}}$.*

2. Тернарные формы f и $\widetilde{f}$ являются проективно эквивалентными, если и только если $\mathcal{D}_f = \mathcal{D}_{\widetilde{f}}$.

Работа выполнена при поддержке фонда Саймонса и гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук, МК-32.2011.1.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бибиков П. В., Лычагин В. В. $\mathrm{GL}_2(\mathbb{C})$*-орбиты бинарных форм* // ДАН. – 2010. – Т. 435. – Вып. 4. – С. 439–440.

2. Алексеевский Д. В., Виноградов А. М., Лычагин В. В *Основные идеи и понятия дифференциальной геометрии.* – М.: ВИНИТИ, 1988. – Т. 28. – 289 с.

А. В. Болучевская

Волгоградский государственный университет,
a.v.boluch@gmail.com

АППРОКСИМАЦИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛОВ РЕШЕНИЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПО ПРИБЛИЖЕННЫМ ЗНАЧЕНИЯМ

Важным в задачах аппроксимации дифференциалов по значениям в узлах треугольной сетки является оценка погрешности. Как правило, она зависит от углов треугольников сетки (см., например, [1]). Поэтому при изучении кусочно-гладких аппроксимаций решений некоторых эллиптических систем по приближенным значениям в узлах возникла следующая задача: построить отображение, приближающее дифференциал с погрешностью, не зависящей от углов треугольников.

Пусть $D \subset \mathbb{R}^2$ — область, в которой задана последовательность $\{P_m\}_{m=1}^{\infty}$ конечных наборов точек. Для каждого такого набора рассмотрим его триангуляцию T_m. Для всякого треугольника $S \in T_m$ определим длину d_S максимальной его стороны. Положим $d_m = \max\limits_{S \in T_m} d_S$. Будем рассматривать такие наборы точек P_m и их триангуляции T_m, для которых $d_m \to 0$ при $m \to \infty$ и $\forall \varepsilon > 0 \, \exists m_0 \in \mathbb{N} : \forall m > m_0 \forall x \in D \exists a \in \in P_m$, такая, что $|a - x| < \varepsilon$.